

TEZĂ DE ABILITARE

Mecanica computațională aplicată în studiul problemelor de contact elastic cu frecare

REZUMAT

Domeniul fundamental: Științe ingineresti

Domeniul de abilitare: Inginerie mecanică,
mecatronica și robotică

Autor: Cercetător gr. I Dr. Nicolae POP

Teză elaborată în vederea obținerii atestatului de abilitare în scopul
conducerii lucrărilor de doctorat în domeniul inginerie mecanică, mecatronică și robotică

BUCUREȘTI, 2016

Contents

Cuprins

- 1. Modelul matematic al problemelor de contact cu frecare în elasticitatea liniară**
 - 1.1 Noțiuni de bază de teoria elasticității liniare
 - 1.2 Elemente de analiză funcțională
 - 1.3 Problema de contact dinamic pentru două corpuri elastice
 - 1.4 Discretizarea temporală și problema statică
- 2. Metode de aproximare numerică pentru inecuații variaționale de ordinul doi**
 - 2.1 Aproximarea problemelor de contact fără frecare, folosind metoda elementului finit
 - 2.2 Aproximarea problemelor de contact cu frecare folosind metoda elementului finit
 - 2.3 Metode duale și formulări incrementale mixte
 - 2.3.1 Probleme de punct și Lagrangeanul perturbat
 - 2.3.2 Un algoritm de tip Uzawa
 - 2.4 Convergența soluției folosind un algoritm de tip Uzawa
- 3. Metode de aproximare pentru problema specială de contact**
 - 3.1 Aproximarea cu metoda elementului finit pentru problema de contact redusă
 - 3.2 Extinderea problemei de contact reduse
 - 3.3 Problema cvasistatică și metode incrementale
 - 3.3.1 Existența și unicitatea soluției
 - 3.4 Elementul finit de contact pentru corpuri elastice bidimensionale
 - 3.5 Elementul finit de contact pentru corpuri elastice tridimensionale
 - 3.6 Algoritmi de rezolvare pentru problema de contact elastic în caz dinamic
 - 3.6.1 Algoritmul Newmark pentru problema de contact vâscoelastică în caz dinamic

4. Algoritmi și metode pentru rezolvarea problemelor de contact

- 4.1 Proprietăți ale funcțiilor B-diferențiale și metoda Newton generalizată
- 4.2 Jacobianul generalizat în rezolvarea sistemelor nelineare și nediferențiabile
- 4.3 Algoritmul Uzawa precondiționat
- 4.4 Formularea de punct și a problemelor de contact
- 4.5 Lagrangeanul penalizat și metoda Newton-Raphson
- 4.6 Exemple numerice cu aplicații în mașini unelte
 - 4.6.1 Problema de contact dintre o placă plană și o fundație rigidă
 - 4.6.2 Problema de contact dintre doi cilindri
 - 4.6.3 Problema de contact dintre două plăci groase sub o forță de apăsare normală
 - 4.6.4 Problema de contact ce apare în procesul prelucrării metalelor
- 4.7 Analiza tranziției de stare a nodurilor în contact, cu aplicații în controlul robotului umblător
 - 4.7.1 Modelul generalizat al lui Klarbring
 - 4.7.2 Cazul problemei de contact cvasistatic
 - 4.7.3 Analiza contactului alunecător
 - 4.7.4 Criteriul matematic care modelează tranziția dintre stările nodurilor în contact
 - 4.7.5 Cazul problemei de contact dinamic
 - 4.7.6 Controlul stabilității mișcării roboților mergători
 - 4.7.7 Controlul tranziției stick-slip pentru roboții umblători

Planul de dezvoltare profesională

Bibliografia

Rezumat

În prezenta teză de abilitare ne propunem să prezentăm rezultatele științifice și viitorul plan de cercetare al autorului. Cercetările mele în domeniul modelării matematice a problemelor de contact elastic unilateral cu frecare, au început încă din perioada 1976–1991, când am lucrat în cadrul laboratorului de Proiectare Asistată a Institutului de Cercetare Științifică și Inginerie Tehnologică pentru Mașini Unelte București și au continuat apoi cu teza de doctorat până în prezent. Rezultatele principale prezentate sunt din acest domeniu de cercetare, dar publicate după 1997, anul susținerii tezei de doctorat.

Complexitatea problemei contactului unilateral cu frecare dintre corpuri elastice, comparativ cu elastostatica sau elastodinamica, constă în aceea că suprafața reală a contactului și forțele din această zonă fac parte din necunoscutele problemei, iar la nivelul suprafeței de contact apar neliniarități de tip cinematic. Neliniaritățile care apar, sunt cauzate atât de restricțiile de tip inegalități, care caracterizează condiția de nepătrundere a solidelor aflate în contact, sau pătrunderea după o anumită lege, și care conduc la inegalități variaționale pe submulțimi convexe, cât și de legăturile dintre modulul forțelor normale și tangențiale la nivelul zonei de contact, care conduc la inegalități variaționale cu un termen nediferențiabil.

Din prima categorie fac parte problemele de contact fără frecare, care se mai numesc și probleme de tip Signorini, care sunt modelate de ecuații variaționale eliptice și corespund cazului staționar și de inecuații variaționale hiperbolice, pentru cazul tranzitoriu. Lucrările clasice deja, ale lui Signorini [229], Fichera [56] sunt primele care au formulat problema de contact elastic cu modele matematice moderne și au abordat existența și unicitatea soluției acestei probleme.

Din a doua categorie fac parte problemele de contact cu frecare, numite și de tip Coulomb, în cazul modelării frecării cu legea Coulomb, analizate în lucrările lui Duvaut, Kalker, Cocu, Necas etc, care au furnizat rezultate de existență și unicitate a soluției în ipoteze impuse, în cazul problemei regularizate și a coeficienților de frecare "suficienți de mici". Neliniaritățile de comportament (fizic și geometric) au fost studiate în ultimii 50 de ani în plan matematic și numeric, dar neliniaritățile de tip cinematic, cum se întâlnesc în cazul contactului elastic, fac obiectul unor lucrări mai recente și, în acest sens, există încă probleme deschise.

Capitolul 1

Modelul matematic al problemelor de contact cu frecare în elasticitatea liniară

Acest capitol conține rezultatele publicate în articolele [192], [196], [205]:

Pop, N., *Analysis of a generalization of the Signorini problems. Contact boundary conditions and frictions laws*, Carpath. Journal of Math. **23** (2007), No. 1 - 2 , 177–186, ISSN: 1584-2851 (ISI Journal)

Pop, N., *On the Existence of the Solution for the Equations Modelling Contact Problems*, Mathematics and mathematics educations, 3rd Palestinian International Conference on Mathematics and Mathematics Education, 09-12 August, 2000 Bethlehem Univ Betlehem Israel, 196–207, 2002, ISBN: 981-02-4720-6 (Proceedings ISI)

Pop, N., *Analysis of an evolutionary variational inequality arising in elasticity quasistatic contact problems*, Adv. Stud. Pure Math., **53** (2009), 213-223

Primul capitol al lucrării este consacrat definirii și formulării matematice a problemelor de contact cu frecare în elasticitate și încadrării lor în una din clasele de probleme de minimizare cu restricții. Aceste probleme fac apel la diferite proprietăți ale spațiilor Sobolev - spații de funcții generalizate - teoreme de urmă, formulele lui Green și inegalitățile lui Korn. Sunt prezentate noțiuni de teoria elasticității liniare, a ecuațiilor elastostaticii și elastodinamicii și a unor elemente de analiză funcțională. Tot în acest capitol se prezintă problema de contact dinamic pentru două corpuri elastice în contact cu frecare și se definesc condițiile de contact și legea de frecare de tip Coulomb, care apare pe frontieră de contact [192], [196], [205].

Capitolul 2

Metode de aproximare numerică pentru inecuații variaționale de ordinul doi

Acest capitol conține rezultatele publicate în articolele [191], [193], [201], [202]:

Pop, N., Petrila, T., *Finite Element Discretization of some Variational Inequalities Arising in Contact Problems with Friction*, Anal. Univ. București, Matematica, **55** (2006), No. 1, 111–120, ISSN: 1010-5433

Pop, N., *Saddle Point Formulation of the Quasistatic Contact Problems with Friction*, Proceedings of the 7th WSEAS international conference on systems theory and scientific computations Systems Theory and Scientific Computation (ISTACS'07) , Book series: Electrical and Computer Engineering Sciences, 2007, 252–256, ISSN/ISBN: 1790-5117/978-960-8457-98-0 (Proceedings ISI)

Pop, N., *A generalized concept of a differentiability in Newton's method for contact problems*, Bul. St. Univ. Baia Mare, ser. B, Mat.-Inf. **16** (2000), 307–314

Pop, N., *On the inexact Uzawa methods for saddle point problems arising from contact problem*, Bul. St. Univ. Baia Mare, ser. B, Fasc. Mat.-Inf., **15** (1999), No. 1-2, 45–54

Capitolul 2 este dedicat prezentării unor metode de aproximare a inecuațiilor variaționale semicoercitive și a condițiilor în care soluția aproximativă converge la

soluția exactă, cu precizări și asupra mișcărilor de corp rigid. Astfel, cu metoda elementului finit se aproximează soluția problemei Signorini fără frecare, în cazul elastostaticii plane, și se analizează convergența soluției aproximative la soluția exactă. Iar pentru cazul problemei de contact cu frecare, se consideră cazul când tensiunea normală la frontieră de contact și coeficientul de frecare sunt cunoscute, și se arată că soluția problemei discretizate cu element finit converge slab la soluția exactă.

De asemenea, se folosește o metodă de dualizare pentru a obține formulări incrementale mixte ale problemei de contact cu frecare, obținându-se un rezultat de existență a multiplicatorilor Lagrange și, utilizând procedura introdusă de Cea și Glovinski, se definește Lagrangeanul problemei de contact și se demonstrează unicitatea punctului să [193].

Un avantaj al formulării duale cu metoda multiplicatorilor Lagrange constă în posibilitatea utilizării unui algoritm de tip Uzawa, care permite să se rezolve simultan atât deplasările cât și tensiunile tangențiale de contact (multiplicatorul Lagrange semnifică tensiunea tangențială de contact). În ultimul paragraf al acestui capitol se obțin rezultate de existență și convergență a punctului să a Lagrangeanului către soluția exactă [191], [201], [202].

Capitolul 3

Metode de aproximare pentru problema specială de contact

Acest capitol conține rezultatele publicate în articolele [60, [61], [185], [187], [188], [189], [190], [195], [198], [205]:

Ghita, C., **Pop, N.**, Popescu, I. N., *Existence result of an effective stress for an isotropic visco-plastic composite*, Comput. Materials Sci. **64** (2012), 52–56, ISSN: 0927-0256, (ISI Journal)

Ghita, C., **Pop, N.**, Cioban, H., *Quasi-Static behavior as a limit process of a dynamical one for an anisotropic hardening material*, Comput. Materials Sci. **52** (2012), 217–225, Issue: 1, ISSN: 0927-0256, (ISI Journal)

Pop, N., *A Finite Element Solution for a Three-dimensional Quasistatic Frictional Contact Problem*, Rev. Roumaine des Sciences Techn. serie Mec. Appliq, Editions de l'Academie Roumaine, tom. 42, 1997

Pop, N., Cioban, H., Horvat-Marc, A., *Finite element method used in contact problems with dry friction*, Comput. Materials Sci. **50** (2011), 1283-1285, Issue: 4, ISSN: 0927-0256, (ISI Journal)

Pop, N., *Quasi-static frictional contact in solid mechanics, Numerical analysis and applied mathematics*, vol. 1 and 2, AIP Conference, **116** (2009), 1038–1041, ISSN: 0094-243X, ISBN: 978-7354-0709-1, (Proceedings ISI)

Pop, N., Vladareanu, L., Pop, P., *Finite Element Analysis of Quasistatic Frictional Contact Problems with an Incremental-Iterative Algorithm*, Proceedings of the 8th International Conference on Applications of Electrical Engineering/8th International Conference on Applied Electromagnetics, Wireless and Optical Communications , Book Series: Electrical and Computer Engineering Series, 2009, 173–178, ISBN: 978-960-474-072-7

Pop, N., *Finite elements analysis of frictional contact problem during the process of metal working*, Amer. Journal of Appl. Sci., 5 (2008), 152–157, Issue: 2, ISSN:1546-9239, (BDI Journal)

Pop, N., *A nonsmooth algorithm for solving the frictional quasistatic contact problems*, MACMESE 2008: Proceedings of the 10th WSEAS International Conference on Mathematical and Computational Methods in Science and Engineering, pts I and II, Book series: Mathematics and Computers Science and Engineering, (2008), 352–357, ISSN: 1790-2769, ISBN: 978-960-474-019-2 (Proceedings ISI)

Pop, N., *Numerical Simulations for the 3D Frictional Contact Problems*, Ingenerare. Revista de la Facultad de Ingenieria de la Pontificia Universidad Catolica de Valparaiso - CHILE, No. 17, (2004), 33–38, ISSN:0717-5035

Pop, N., *Analysis of an evolutionary variational inequality arising in elasticity quasistatic contact problems*, Adv. Stud. Pure Math., 53 (2009), 213-223

Capitolul 3 cuprinde metode de aproximare și algoritmi de rezolvare pentru problema de contact cu frecare, în care termenul nediferențial, dat de tensiunea normală pe frontieră de contact, este exprimat printr-o lege de tip putere (lege de complianță), care modelează gradul de penetrare a corpurilor aflate în contact și caracteristicile (rugozitatea) suprafețelor de contact. Algoritmul folosește într-un anumit fel o problemă de contact redusă, pentru rezolvarea problemei generale de contact cu frecare Coulomb. Aceasta constă în rezolvarea iterativă a două tipuri de probleme reduse, folosite alternativ. Astfel, se calculează o primă aproximare a tensiunii normale de contact, folosind tensiunea tangențială de contact prescrisă. Tensiunea normală de contact astfel calculată, se folosește pentru a calcula problema de contact generală cu frecare Coulomb, dar folosind presiunea normală prescrisă.

O formulare importantă a problemei de contact cu frecare este formularea cvasistatică, care este preferabilă formulării statice, deoarece aceasta din urmă nu poate descrie situația evolutivă a condițiilor de contact. Formularea cvasistatică constă în tratarea dinamică a condițiilor de contact și renunțarea la termenul inertial (de asemenea și la amortizare). Pentru demonstrarea existenței și unicității soluției problemelor de contact cu frecare, unde condiția de contact e modelată cu complianță normală, este necesar să considerăm cazul dinamic, iar materialul corpurilor aflate în contact să fie material vâscoelastic, deoarece prezența termenilor inertiali cu amortizare vâscoasă este esențială pentru a putea modela viteza de contact [60], [61].

Problema cvasistatică se rezolvă cu formulări incrementale, prin aproximarea derivatelor temporale ale deplasărilor cu diferențe finite, iar la fiecare pas de timp se calculează mici deformații și mici deplasări și se adaugă la cele calculate anterior în urma unor mici modificări ale forțelor aplicate. În acest fel se poate controla modificarea zonei de contact și starea de contact (contact deschis, fix sau alunecător). Se obține o echivalentă a fiecărei probleme de contact la un pas de timp, cu o problemă statică, neglijându-se dependența de drumul de încărcare pentru un pas mic de timp [187], [188], [189], [195].

O altă metodă folosită în rezolvarea problemelor de contact cu frecare constă în alegerea unor Lagrangeeni, care transformă problema primală (originală) în o problemă mixtă, de aflare a punctelor să. Aceasta permite utilizarea unor algoritmi cunoscuți și evitarea unor construcții complicate de mulțimi convexe și a minimizării unor funcționale nediferențiale. De asemenea, este de remarcat faptul că multiplicatorii Lagrange au semnificații mecanice (tensiuni de contact normale și tangențiale) și pot, la rândul lor, să fie aproximati în mod nemijlocit în problema duală. Este prezentat un model de element finit de contact cu frecare pentru corpu elastic tridimensional [185], [198]. Modelul este conceput în strânsă legătură cu formularea discretă a Lagrangeanului perturbat, pentru problema de contact cu frecare. De asemenea, în acest capitol este prezentat un algoritm de rezolvare a problemelor dinamice de contact [190], [205].

Capitolul 4

Algoritmi și metode pentru rezolvarea problemelor de contact

Acest capitol conține rezultatele publicate în articolele [187], [194], [200], [201], [202], [204], [206], [207], [208], [256]:

Pop, N., Cioban, H., Horvat-Marc, A., *Finite element method used in contact problems with dry friction*, Comput. Materials Sci. **50** (2011), 1283-1285, Issue: 4, ISSN: 0927-0256, (ISI Journal)

Pop, N., *An Incremental-Iterative solution of 3D Frictional Contact Problems*, "International Conference on Manufacturing Systems" (ICMaS 2004), 2004, 129–132, Published by Editura Academiei Romane, ISSN 0035-4047, ISBN: 973-27-1102

Pop, N., *A generalized concept of a differentiability in Newton's method for contact problems*, Bul. St. Univ. Baia Mare, ser. B, Mat.-Inf. **16** (2000), 307–314

Pop, N., *A generalized concept of a differentiability in Newton's method for contact problems*, Bul. St. Univ. Baia Mare, ser. B, Mat.-Inf. **16** (2000), 307–314

Pop, N., *On the inexact Uzawa methods for saddle point problems arising from contact problem*, Bul. St. Univ. Baia Mare, ser. B, Fasc. Mat.-Inf., **15** (1999), No. 1-2, 45–54

Pop, N., *On the convergence of the solution of the quasi-static contact problems with friction using the Uzawa type algorithm*, Studia Univ. "Babeș-Bolyai", Mathematica, **XLVIII** (2003), No. 3, 125-132

Pop, N., *An algorithm for solving nonsmooth variational inequalities arising in frictional quasistatic contact problems*, Carpathian J. Math. **24** (2008), No. 2, 110-119

Pop, N., *Preconditioning Uzawa algorithm for contact problems*, PAMM Proc. Appl. Math. Mech. **8** (2008), 10985-10986

Pop, N. and Zelina, Ioana, *A quadratic programming method for saddle point formulations in contact problems with friction*, Carpathian J. Math. **20** (2004), No. 1, 95-100

Pop, N., Vladareanu, L., Popescu, Ileana Nicoleta, Ghiță, C-tin, Gal, Al., Cang, S., Yu, H., Bratu, V., Deng, M., *A numerical dynamic behaviour model for 3D contact problems with friction*, Comput. Mater. Sci., **94** Special Issue: SI, Pages: 285–291
Published: NOV 2014

Capitolul 4 conține mai multe metode și algoritmi importanți, relativ la rezolvarea sistemelor algebrice neliniare, obținute din discretizarea problemelor de contact cu frecare și prezintă exemple tipice de probleme de contact cu frecare, care apar la îmbinarea unor subansamblu structurale din ingineria mecanică și robotică.

Prima metodă analizată este metoda Newton-Raphson generalizată, folosită pentru rezolvarea sistemelor neliniare și nediferențiabile. Se demonstrează convergența soluției cu metoda Newton generalizată, aplicată pentru rezolvarea sistemelor neliniare și nediferențiabile, folosind noțiunea de B -diferențialitate, care este o generalizare a noțiunii de F -diferențialitate și se demonstrează echivalența acestei metode cu metoda Newton-Raphson generalizată, care utilizează noțiunea de Jacobian generalizat, după modelul subdiferențialei [201].

A doua metodă prezentată este o tehnică de preconditionare pentru algoritmul Uzawa, în condiții de creștere a convergenței soluției [200], [202], [204], [207].

Tehnica de punct este combinată cu problema de programare pătratică ([208]) și cu algoritmul Gauss-Seidel, unde multiplicatorii Lagrange, care semnifică tensiuni tangențiale și normale ale suprafeței de contact, sunt grupați, duce la o creștere a convergenței soluției și la o mai bună condiționare a matricei sistemului de ecuații. De asemenea, metoda Lagrangeanului penalizat împreună cu metoda Newton-Raphson, este ideală pentru rezolvarea iterativ-incrementală a problemei de contact cu frecare [187], [194], [206].

Multe din rezultatele numerice ale acestei teze le-am obținut în cadrul grantului CEEX, P-CD 06-11-96/10.09.06 (2006-2008), *Metode numerice eficiente cu aplicații pe supercalculatoare*, la care am fost director partener, cum ar fi în lucrările [67], [68], [69], care conțin metode de aproximare a soluțiilor ecuațiilor diferențiale, rapid convergente și cu efort de calcul mic și care sunt aplicate în metodele de aproximare a problemelor de contact elastic cu frecare.

Exemple tipice de probleme de contact cu frecare modelate, care apar la îmbinarea unor subansamblu de mașini-unelte sunt: problema de contact dintre o placă plană și o fundație rigidă, problema de contact dintre doi cilindri care vin în contact la nivelul bazelor, problema de contact dintre două plăci groase sub o forță

normală. De asemenea, este prezentată problema de contact ce apare în procesul de prelucrare a metaleor, unde am considerat material vâscos incompresibil [190].

Modele numerice, în rezolvarea contactului cu frecare dintre talpa unui robot păsitor și podea, sunt prezentate în ultimul paragraf al acestui capitol. Pentru această problemă, este importantă detectarea fenomenului de stick-slip, în vederea preîntâmpinării alunecării și pierderii echilibrului robotului [186].

Rezultatele testelor numerice au fost comparate cu cele din literatura de specialitate și/sau cu cele experimentale, obținându-se o bună concordanță, nedepășind diferența de 10%.

5. Concluzii

Au fost făcute progrese considerabile în modelarea, analiza variațională și analiza numerică a problemelor cvasistaticice de contact pentru corpuri vâscoelastice. În această prezentare am accentuat *analiza comportamentului modelelor pentru aceste procese*. Totuși, rămân multe probleme deschise. Există o nevoie urgentă de teoria regularității pentru problemele de contact. Există interes matematic întrinsec în regularitatea optimală a soluțiilor. Din punctul de vedere al analizei numerice, soluțiile netede permit estimarea celor mai bune aproximări. Mai mult, ne dorim să eliminăm operatorul de regularizare.

Teoriile matematice (analitice) sunt insuficiente pentru a justifica și a modela toate informațiile detaliate despre structura soluțiilor. *Aspecte importante ale problemelor sunt: structurile zonelor de contact și distribuția tensiunilor pe aceste zone.* Sunt necesare noi teorii matematice pentru a dezvolta această temă.

Deoarece investigațiile teoretice depășesc capacitatele curente, trebuie să se recurgă la aproximări numerice și simulări ale modelelor. *Progresele recente indicate în literatură, în analiza matematică și estimarea riguroasă a erorilor, justifică încrederea în rezultatele simulărilor pe calculator.*

În cele ce urmează, menționăm o scurtă prezentare a direcțiilor importante în care contactul mecanic modelat matematic se va dezvolta în viitorul apropiat:

a. *Controlul optimal al problemelor de contact cu frecare.* Principalele aspecte în aplicații sunt controlul tensiunilor de frecare, generarea căldurii și uzura. Legat de aceasta este importantă proiectarea optimală a condițiilor de frecare și implicit determinarea coeficientului de frecare. Scopul este de a proiecta părți și subansamblu de mașini cu o metodă optimală în raport cu uzura, durabilitatea etc. zonelor de contact.

b. *Analiza numerică și estimarea erorilor.* Aici se formulează simulările numerice pe baze solide și, în plus, se folosesc metode numerice eficiente și convergente către soluția exactă pentru analiza problemelor de contact.

c. *Folosirea coeficientului de frecare cu valori mari.* Din punct de vedere matematic, aceasta este o problemă susceptibilă de a fi o problemă grea, care ar trebui să fie demonstrată, pentru a avea posibilitatea de justificare matematică, pentru ne-existența și ne-unicitatea soluțiilor.

Paradoxul lui Painlevé (1895), sau paroxismul frecarii, după J. J. Moreau, constă în inconsistența soluției (absența și/sau multiplicitatea soluției) problemei de contact dinamic cu frecare, din cauza discontinuităților în mișcarea corpului rigid (viteze și forțe foarte mari într-un interval de timp mic) și a legii de frecare Coulomb, în special când coeficientul de frecare este mare. Dar există și exemple care demonstrează că paradoxul Painlevé poate apare și când coeficientul de frecare este mic, realist.

d. *Necesitatea de a folosi diferite tipuri de comportament a coeficientului de frecare.* Coeficientul de frecare este dependent de temperatura, viteza de alunecare, rugozitatea suprafeței de contact și de uzura suprafeței de contact care, la rândul ei, depinde de temperatură.

e. *Necesitatea investigării mai detaliate a efectului căldurii.* Este bine cunoscut faptul că aceste probleme conduc la instabilități termice.

f. *Generarea dinamică a zgromotului, scârțâitul și scrâșnetul ascuțit al frânelor și al altor dispozitive de frecare.* Aici e nevoie de investigații matematice complexe care implică studiul de propagare a undelor în corpurile aflate în contact și în suprafețele de contact, care rezultă din slip/stick-ul suprafețelor.

g. *Investigații detaliate ale unor probleme mai restrânse (mai particulare)* sunt susceptibile de a oferi o mai bună înțelegere a problemelor mai generale. În acest sens, un progres considerabil a fost făcut prin studiul problemelor de contact unidimensional.

h. Din cercetările recente se deduce că, *includerea de fenomene noi (adiționale) în modelele de contact*, duce la tipuri noi și interesante de inecuații variaționale, care crează un impuls în dezvoltarea și extinderea teoriilor matematice.

i. *Analiza neliniară a problemei de valori și vectori proprii.* Modele și algoritmi pentru rezolvarea problemelor de contact cu frecare în caz dinamic, cu aplicații la sisteme de frânare. Analiza vibrațiilor induse și a neliniarităților cauzate de fenomenul stick-slip.

j. *Dezvoltarea și stimularea interesului în programele de masterat și doctorat în acest domeniu și domenii adiacente, unde apar probleme de contact cu frecare.*

k. *Atragerea de contracte în domeniul economic și de granturi de cercetare pentru dezvoltarea unor laboratoare pentru testare și masuratori, ce ar permite validarea unor modele matematice noi, în problemele de contact cu frecare.*

l. *Dezvoltarea unor modele și algoritmi pentru rezolvarea problemelor de contact de rostogolire, cu aplicații la contactul roată-șină în transportul feroviar de mare viteză.*

m. *Dezvoltarea unor algoritmi pentru rezolvarea problemelor de contact în mașini-unelte și robotică.*

Considerăm că a fost făcut un progres considerabil, dar rămâne mult de făcut pentru a construi o teorie matematică cuprinzătoare a problemelor cvasistatice de contact cu frecare.

Bibliography

- [1] Adams, R. A., *Sobolev Spaces*, Academic Press, New-York, 1975
- [2] Ahner, J. F., Hsiao, G. C., *On the two-dimensional exterior boundary-value problems of elasticity*, SIAM J. Appl. Math., **31** (4) (1976), 677-685
- [3] Alar, P., Curnier, A., *A generalized Newton method for contact problems with friction*, J. Theor. Appl. Mech., **7** (1) (1988), 67-82
- [4] Alart, P., Curnier, A., *A mixed formulation for frictional contact problems prone to Newton like solution methods*, Comput. Meth. Appl. Mech. Engrg., **92** 93) (1991), 353-375
- [5] Alart, P., Curnier, A., *Contact discret avec frottement: unicité de la solution convergence de l'algorithme*, Laboratoire de Mec. Appl., Dep. de Mec. Ecole Polyt. federale de Lausane, 1987
- [6] Alducin, G., *Duality and variational principles of potential boundary value problems*, Comput. Meth. Appl. Mech. Engrg., **64** (1-3) (1987), 469-485
- [7] Alibadi, M., Brebbia, C. A., *Contact Mechanics, Computational Techniques*, Comput. Mech. Publ., Southampton, 1993
- [8] Altman, M., *Concerning approximate solutions of nonlinear functional equations*, Bull. Acad. Polon. Sci. Ser. Math., Astronom. Phys., **5**, 1957
- [9] Andersson, L. E., *On a class of limit states of frictional joints: Formulation and existence theoreme*, Erscheint in Quarterly of Applied Mathematics
- [10] Andersson, L. E., *A quasistatic frictional problem with normal compliance*, Nolinear Analysis, **16** (4) (1991), 347-369
- [11] Andersson, L. E., *A global existence result for a quasistatic contact problem with friction*, Advances in Mathematical Sciences and Applications, **5** (1) (1995), 249-286
- [12] Andersson, T., *Boundary elements in two-dimensional contact and friction*. Linköping Studies in Science and Technology, Dissertation No. 85, Linköping University, 1982
- [13] Andersson, T., *The use of boundary elements in elastic contact problems*, Lectures given at the CISM, Udine, Italy, September (1983), 12-16

-
- [14] Antes, H., Panagiotopoulos, P. D., *The Boundary Integral Approach to Static and Dynamic Contact Problems*, Birkhäuser, Basel-Boston-Berlin, 1992
 - [15] Axelsson, O., *On iterative solution of elliptic difference equations on a mesh -conected array of processors*, Int. J. High Speed Computing, **1** (1981), 165-183
 - [16] Bach, M., Schmitz, H., *A boundary element method for some potential problems with monotone boundary condition*, Technical Report 75.92.02, IBM Heidelberg Science Center, 1992
 - [17] Bajer, C., *Dynamics of contact problem by adaptive simplex-shaped space-time approximation*, J. Theor. Appl. Mech., **7** (1) (1988), 235-248
 - [18] Barbosa, H. J. C., Feijóo, R. A., Zouain, N., *Numerical formulations for contact problems with friction*, J. Theor. Appl. Mech., **7** (1) (1988), 129-144
 - [19] Barthle, R. G., *Newton's method in B-space*, Proc. AMS. **6** (1955), 27-31
 - [20] Barthold, F.-J., Bischoff, D., *Generalization of Newton type methods to contact problems with friction*, J. Theor. Appl. Mech., **7** (1) (1988), 97-110
 - [21] Bărbosu, D., Coroian, I., Pop, N., *Birkhoff-Hermite Bivariate Spline Interpolation Procedures*, Proceeding of "microCAD'94 International Computer Science Conference" 1997, Miskolc, Ungaria, 53-60
 - [22] Berinde, V., *Weak exit criteria for some Newton type methods*, Proceeding of the PAMM 113th Conference, Technical Univ. Kosice 11-15 oct. 1995, în Bulletins for Applied Mathematics, 27-32
 - [23] Berinde, V., *On the extended Newton's method*, Proceedings 2nd Int. Conf. on Difference eq. and Appl., Univ. Of Veszprem, 1-11 aug. 1995, Gordon and Breach Publishers
 - [24] Blaheta, R., *Displacement decomposition-incomplete factorization preconditioning techniques for linear elasticity problems*, Numerical Linear Algebra with Applic., **1** (2) (1994), 107-128
 - [25] Bonifanti, G., *A noncoercive friction problem with tangential applied forces in three dimensions*, Boll. Un. Mat. Ital. **7** (1), (1993), 149-165,
 - [26] Brézis, H., *Problems unilateraux*, J. Math. Pures Appl. **137**, (1972), 1-168
 - [27] Brezzi, F., Fortin, M., *Mixed and Hybrid Finite Element Methods*, Springer-Verlag, Berlin, 1991
 - [28] Bumb, H., Schmitz, H., Wendland, W. L., *A boundary element method for three-dimensional elastic fields near reentrant corners*, J. Whiteman, Ed., The Mathematical Theory of Finite Elements and its Application, MAFELAP, Academic Press London, 1988, 313-322
 - [29] Campos, L. T., Oden, J. T., Kikuchi, N., *A numerical analysis of a class of contact problems with friction in elastostatics*, FENOMECH'81, Part III (Stuttgart, 1981), Comput. Meth. Appl. Mech. Engrg. **34** (1982), 821-845
 - [30] Céa, J., Glowinski, R., *Méthodes numériques pour l'écoulement laminaire d'un fluide rigide viscoplastique incompressible*, Int. J. Comput. Math., Sect. B, **3**, 225-255

- [31] Chabrand, P., Raous, M., Lebon, F., *Numerical methods for frictional contact problems and applications*, J. Theor. Appl. Mech., **7** (1) (1988), 111-128
- [32] Chiu, Y. P., Wu, T. S., *On the contact problem of layered elastic bodies*, Quartely of Applied Mathematics, **25** (3) (1967), 233-242
- [33] Ciarlet, P. G., *The finite element method for elliptic problems*, North-Holland, Amsterdam, 1978
- [34] Ciarlet, P. G., Nečas, J., *Injectivity and self-contact in nonlinear elasticity*, Arch. Rational Mech. Anal., **97** (1987), 173-188
- [35] Ciarlet, P. G., Nečas, J., *Unilateral problems in nonlinear, three-dimensional elasticity*, Arch. Rational Mech. Anal. **97** (1985), 319-338
- [36] Clarke, F. H., *Optimization and nonsmooth analysis*, Wiley and Sons, 1983
- [37] Cocu, M., Pop, N., *Numerical analysis of contact problems with friction in elasticity*, Proceedings of the "EUROMECH COLLOQUIUM 273 Unilateral contact and dry friction" 1990, La Grande Motte, France, 40-53
- [38] Cocu, M., *Existence of solutions of Signorini problems with friction*, Int. J. Engrg. Sci. **22** (5) (1984), 567-575
- [39] Cocu, M., *Problema la limită neliniară în termo-vâscoplasticitatea metalelor*, Teză de doctorat, Univ. Bucureşti, 1991
- [40] Cocu, M., Pratt, E., Raous, M., *Analysis of an incremental formulation for frictional contact problems*, in Proceed. of Contact Mechanics, Int. Symp. Carry-le-Rouet 1994
- [41] Copetti, M. I. M., Elliott, C. M., *A one-dimensional quasi-static contact problem in linear thermoelasticity*, Europ. J. Appl. Math. **4** (2) (1993), 151-174
- [42] Coroian, I., Pop, N., Bărbosu, D., *On Runge-Kutta Methods for Differential Algebraic Systems*, Proceedings of the microCAD'94 International Computer Science Conference, 1997, Miskolc, Ungaria, 45-52
- [43] Costabel, M., Stephan, E., *A direct boundary integral equation method for transmission problems*, J. Math. Anal. Appl. **106** (1985), 367-413
- [44] Costabel, M., Wendland, W. L., *Strong ellipticity of boundary integral operators*, Crelles Journal für die Reine und Angewandte Mathematik **372** (1986), 34-63
- [45] Cottle, R. W., Giannessi, F., Lions, J. L., *Variational Inequalities and Complementary Problems*, John Wiley and Sons, Chichester-New-York-Brisbane-Toronto, 1980
- [46] Curnier, A., He, Q.-C., Telega, J. J., *Formulation of unilateral contact between two elastic bodies undergoing finite deformations*, C. R. Acad. Sci. Paris, Sér. II, **314** (1992), 1-6
- [47] Demkowicz, J. T., Oden, J. T., *On some existence results in contact problems with nonlocal friction*, Nonl. Anal. **6** (10) (1982), 1075-1093
- [48] Dincă, G., *Metode variationale și aplicatii*, Editura Tehnică, 1980
- [49] Dragoș, L., *Principiile mecanicii mediilor continue*, Editura Tehnică, 1983

- [50] Duvaut, G., *Equilibre d'un solide élastique avec contact unilatéral et frottement de Couloumb*, C. R. Acad. Sci. Paris, Série A, **290** (1980), 263-265
- [51] Duvaut, G., Lions, J. L., *Inequalities in Mechanics and Physics*, Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg-New-York, 1976
- [52] Eck, C., *Existenz und Regularität der Lösungen für Kontaktprobleme mit Reibung*, Dissertation, Univ. Stuttgart, 1996
- [53] Elman, H. C., Golub, G. H., *Inexact preconditioned Uzawa algorithms for saddle point problems*, SIAM. J. Numer. Anal. **1** (6) (1994), 1645-1661
- [54] Ekeland, I., Teman, R., *Convex Analysis and Variational Problems*, Elsevier, Amsterdam-Oxford-New-York, 1976
- [55] Elliot, C. M., Mikelić, A., Shullor, M., *Constrained anisotropic elastic materials in unilateral contact with or without friction*, Nonl. Anal. **16** (2) (1991), 155-181
- [56] Fichera, G., *Existence theorems in elasticity*, S. Flüge, Ed. Encyclopedia of Physics, Springer-Verlag, Berlin, VI a/2 (1972), 347-427
- [57] Fortune, B., Bezine, G., *Sur le contact frottement de deux plaques chargées en flexion*, J. Mécanique, **20** (3) (1981), 475-494
- [58] Gastaldi, F., Martins, J. A. C., Monteiro, M., *On an example of nonexistence of solution to a quasistatic frictional problem*, Europ. J. Mech. a Solids **13** (1) (1994), 113-133
- [59] Gatica, G. N., Hsiao, G. C., *On a class of variational formulations for some nonlinear interface problems*, Rendiconti di Matematica, Serie VII, **10** (1990), 681-715
- [60] Ghita, C., Pop, N., Popescu, I. N., *Existence result of an effective stress for an isotropic visco-plastic composite*, Comput. Materials Sci. **64** (2012), 52–56, ISSN: 0927-0256, (ISI Journal)
- [61] Ghita, C., Pop, N., Cioban, H., *Quasi-Static behavior as a limit process of a dynamical one for an anisotropic hardening material*, Comput. Materials Sci. **52** (2012), 217–225, Issue: 1, ISSN: 0927-0256, (ISI Journal)
- [62] Gladwell, G. M. L., *Contact Problems in the Classical Theory of Elasticity*, Martinus Nijhoff Publishers, The Hague, 1980
- [63] Glowinski, R., *Numerical Methods for Non-Linear Variational Problems*, Tata Institute of Fundamental Research, Bombay, 1980
- [64] Glowinski, R., Lions, J. L., Trémolières, R., *Numerical Analysis of Variational Inequalities*, North-Holland, Amsterdam, 1981
- [65] Glowinski, R., *Numerical Methods for Nonlinear Variational Problems*, Springer, New-York, 1984
- [66] Green, A. E., Zerna, W., *Theoretical Elasticity*, Oxford Univ. Press, London, 1968
- [67] Groza, G., Ali Khan, S. M., Pop, N., *Approximate Solutions of Boundary Value Problems for ODEs using Newton Interpolating Series*, Carpathian J. Math. **25** (2009), No. 1, 73–81, ISSN: 1584-2851, (ISI JOURNAL)

- [68] Groza, G., Pop, N., *Approximate Solution of Multipoint Boundary Value Problems for Linear Differential Equations by Polynomial functions*, Journal of Diff. Eq. and Appl. **14** (2008), 1289-1309, Issue 12, ISSN: 1023-6198, (ISI JOURNAL)
- [69] Groza, G., Pop, N., *A numerical method for solving of the boundary value problems for ordinary differential equations*, Results in Math. **53** (2009), 295–302, Issue: 3-4, ISSN: 1422-6383, (ISI JOURNAL)
- [70] Guo, Z. H., *Generalized substructure method in finite element analysis of elastic contact problems*, Sci. Sinica, **23** (12) (1980), 1511-1521
- [71] Gustafsson, I., *Modified incomplete Cholesky (MIC) methods*, J. Evans editor, Preconditioning Methods, Theory and Applications, Gordon&Breach, New-York, 1983, 265-293
- [72] Gwinner, J., *A penalty approximation for a unilateral contact problem in nonlinear elasticity*, Math. Meth. Appl. Sci. **11** (4) (1989), 447-458
- [73] Gwinner, J., *Finite-element convergence for contact problems in plane linear elastostatics*, Quarterly of Appl. Math. **50** (1) (1992), 11-25
- [74] Han, W., *Finite element analysis of a holonomic elastic-plastic problem*, Numer. Math. **60** (1992), 493-508
- [75] Han, W., Reddy, B. D., *On the finite element method for mixed variational inequalities arising in elastoplasticity*, SIAM J. Anal. **32** (6) (1995), 1778-1807
- [76] Han, H., *The boundary finite method for Signorini problems*, Y. I. Zhu, B. Y. Guo, Ed., Numerical Methods for Partial Differential Equations, Springer Lecture Notes 1297, 1987, 38-49
- [77] Han, H., *A direct boundary element method for Signorini problems*, Math. Comp. **55** (191) (1990), 115-128
- [78] Han, H., *A boundary element method for Signorini problems in three dimensions*, Numerische Mathematik **60** (1991), 63-75
- [79] Han, H., *A boundary element approximation method for Signorini problem with friction obeying Couloumb law*, J. Comput. Math. **12** (2) (1994), 147-162
- [80] Han, H., *The boundary integro-differential equations of three-dimensional Neumann problem in linear elasticity*, Numerische Mathematik **68** (1994), 269-281
- [81] Han, H., Hsiao, G. C., *The boundary element method for a contact problem*, Q. Du, M. Tanaka, Ed., Theory and Applications of Boundary Elements, Tsinghua University, Beijing, 1988, 33-38
- [82] Han, H., Sofonea, M., *Quasistatic contact problems in viscoelasticity and viscoplasticity*, American Mathematical Society, v. 30, International Press, 2002
- [83] Haslinger, J., *Approximation of the Signorini problem with friction obeying the Couloumb law*, Math. Meth. Appl. Sci. **5** (1983), 422-437
- [84] Haslinger, J., *Least square method for solving contact problems with friction obeying the Couloumb law*, Aplikace Matematiky **29** (3) (1984), 212-224

- [85] Haslinger, J., Hlaváček, I., *Contact between two elastic bodies - I. Continuous problems*, *Aplikace Matematiky* **25** (5) (1978), 324-347
- [86] Haslinger, J., Hlaváček, I., *Approximation of the Signorini problem with friction by a mixed finite element method*, *J. Math. Anal. Appl.* **86** (1982), 99-122
- [87] Haslinger, J., Janovsky, V., *Contact problems with friction*, Trends in Applications of Pure Mathematics to Mechanics IV (Bratislava 1981), Monographs Stud. Math., Pitman, **20** (1983), 74-100
- [88] Haslinger, J., Panagiotopoulos, P. D., *The reciprocal variational approach to the Signorini problem with friction*, Approximation results, *Proc. Roy. Soc., Edinburgh, Sec. A*, **98** (3-4) (1984), 365-383
- [89] Hlaváček, I., *Contact between elastic bodies, II Finite element analysis*, *Aplikace Matematiky* **26** (4) (1981), 263-290
- [90] Hlaváček, I., *Contact between elastic bodies, III Dual finite element analysis*, *Aplikace Matematiky* **26** (4) (1981), 321-344
- [91] Hlaváček, I., Lovisek, J., *A finite element analysis for the Signorini problem in plane elastostatics*, *Apl. Math.* **22** (1977), 244-255
- [92] Homentcovschi, D., *Funcții complexe cu aplicații și tehnica*, Editura Tehnică, București, 1986
- [93] Homentcovschi, D., §. a., *Some developments of the CVBEM. An application to the mixed boundary value problem for the Laplace equations*, *Engineering Analysis* **4** (1987), 15-20
- [94] Hsiao, G. C., Kopp, P., Wendland, W. L., *Some applications of a Galerkin-collocation method for boundary integral equations of the first kind*, *Math. Meth. Appl. Sci.* **6** (1984), 280-325
- [95] Hsiao, G. C., Wendland, W. L., *Exterior boundary value problems in elastodynamics*, M. F. McCarthy, M. A. Hayes, Ed., *Elastic Wave Propagation*, 545-550, North-Holland, Amsterdam-New-York-Oxford-Tokio, 1989
- [96] Jarušek, J., *Dynamic contact problems with friction in linear viscoelasticity*, *C. R. Acad. Sci. Paris*, t. 322, Serie I (1996), 497-502
- [97] Jarušek, J., *Contact problems with bounded friction, coercive case*, *Czech. Math. J.* **33** (108) (1983), 237-261
- [98] Jarušek, J., *Contact problems with bounded friction, semicoercive case*, *Czech. Math. J.* **34** (109) (1984), 619-629
- [99] Jarušek, J., *Contact problems with given time-dependent friction in linear viscoelasticity*, *Comm. Math. Univ. Carolinae* **31** (2) (1990), 257-262
- [100] Jarušek, J., *On the regularity of solutions of a thermoelastic system under noncontinuous heating regimes*, *Aplikace Matematiky* **35** (6) (1990), 426-450
- [101] Jarušek, J., *On the regularity of solutions of a thermoelastic system under noncontinuous heating regimes, Part II*, *Appl. Math.* **36** (3) (1991), 161-180

- [102] Jarušek, J., *On the regularity of solutions of a thermoelastic system under noncontinuous heating regimes*, Part III, Appl. Math. **37** (4) (1992), 275-288
- [103] Jarušek, J., *Solvability of the variational inequality for a drum with a memory vibrating in the presence of an obstacle*, Bollettino U. M. I. **7** (8-A) (1994), 113-122
- [104] Jarušek, J., Málek, J., Nečas, J., Šverák, V., *Variational inequality for a viscous drum vibrating in the presence of an obstacle*, Rendiconti di Matematica, Serie VII, **12** (1992), 943-958
- [105] Jarušek, J., *Dynamical contact problems with given friction viscoelastic bodies*, Czech. Math. J.
- [106] Jean, M., *Frictional contact in collections of rigid or deformable bodies. Numerical simulation of geometrical motion*, Mechanics of Geometrical Interfaces
- [107] Jean, M., Pratt, E., *A system of rigid bodies with dry friction*, Int. J. Engrg. Sci. **23** (5) (1985), 497-513
- [108] Jin, H., Runesson, K., Samuelsson, A., *Application of the boundary element method to contact problems in elasticity with a nonclassical friction law*, C. A. Brebia, W. L. Wendland, G. Kuhn Ed., Boundary Elements IX, **2** (1987), Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg-New-York-London-Paris-Tokio, 397-415
- [109] John, F., *Partial Differential Equations*, Springer Verlag, New-York-Heidelberg-Berlin, 1982
- [110] Johansson, L., Klarbring, A., *Thermoelastic frictional contact problems. Modelling finite element approximation and numerical realization*, Comput. Meth. Appl. Mech. Engrg. **105** (2) (1993), 181-210
- [111] Ju, J. W., Taylor, R. L., *A perturbed lagrangean formulation for the finite element solution of nonlinear frictional contact problems*, Journal de Mecanique Teorique et Appliquée, Spec. issue, suppl. 7 (1) (1988), 1-14
- [112] Kalker, J. J., *A survey of the mechanics of contact between solid bodies*, ZAMM, **57**, T3-T17, 1977
- [113] Kalker, J. J., *Mathematical models of friction for contact problems in elasticity*, Wear, **113** (1986), 61-77
- [114] Kalker, J. J., *Contact mathematical algorithms*, Comm. Appl. Numer. Meth. **4** (1) (1988), 25-32
- [115] Kalker, J. J., *The quasistatic contact problem with friction for three-dimensional elastic bodies*, J. Theor. Appl. Mech. **7** (1) (1988), 55-66
- [116] Kalker, J. J., *Three-Dimensional Elastic Bodies in Rolling Contact. Solid*, Mechanics and its Applications **2** (1990), Kluwer Academic Publishers Group, Dordrecht
- [117] Kantorovici, L. V., Akilov, G. P., *Analiză funcțională*, Ed. Științifică și Enciclopedică, 1986
- [118] Kantorovici, L. V., *Metoda Newton dlea funcționalnîh uravnenii*, D. A. N., C.C.C.R., 1948

- [119] Karami, G., *Boundary Element Methods for Two-Dimensional Contact*, Problems, Springer Verlag, New-York-Berlin-Heidelberg, 1989
- [120] Khavin, G. L., Podgornyj, A. N., *Solution of contact problems with friction by the method of boundary integral equations*, Dokl. Akad. Nauk. Ukr. S.S.R., Ser. A, **1** (1986), 31-34
- [121] Kieser, R., Schwab, C., Wendland, W. L., *Numerical evaluation of singular and finite part integrals on curved surfaces using symbolic manipulation*, Computing **49** (1992), 279-301
- [122] Kikuchi, N., Oden, J. T., *Contact Problems in Elasticity: A Study of Variational Inequalities and Finite Element Methods*, SIAM, Philadelphia, 1988
- [123] Kinderlehrer, D., *Remarks about Signorini's problem in linear elasticity*, Ann. Scuola Norm. Sup., Pisa cl. Sci. **4** (8) (1981), 605-645
- [124] Klarbring, A., *Contact problems in linear elasticity*, Linköping Studies in Science and Technology, Dissertation No. 133, Linköping University, 1985
- [125] Klarbring, A., *A mathematical programming approach to three-dimensional contact problems with friction*, Comput. Meth. Appl. Mech. Engrg. **58** (2) (1986), 175-200
- [126] Klarbring, A., *Quadratic programs in frictionless contact problems*, Int. J. Engrg. Sci. **24** (7) (1986), 1207-1217
- [127] Klarbring, A., *Derivation and analysis of rate boundary value problems of frictional contact*, Europ. J. Mech. A. Solids **9** (1) (1990), 53-85
- [128] Klarbring, A., *The rigid punch problem in nonlinear elasticity: Formulation, variational principles and linearization*, J. Tech. Phis. **32** (1) (1991), 45-60
- [129] Klarbring, A., *Mathematical programming in contact problems*, Computational Methods in Contact Mechanics, Comput. Mech. Publ., Southampton, (1993) 233-263
- [130] Klarbring, A., Mikelic, A., Shillor, A., *Frictional contact problems with compliance*, Int. J. Engrg. Sci. **26** (8) (1988), 811-832
- [131] Klarbring, A., Mikelic, A., Shillor, A., *On friction problems with normal compliance*, Nonl. Anal. **13** (8) (1989), 925-955
- [132] Klarbring, A., Mikelic, A., Shillor, A., *Duality applied to contact problems with friction*, Appl. Math. Optim. **22** (1990), 211-226
- [133] Klarbring, A., Mikelic, A., Shillor, A., *A global existence result for the quasistatic frictional contact problem with normal compliance*, Unilateral Problems in Structural Analysis IV (Capri 1989), Birkhäuser, 1991, 85-111
- [134] Klarbring, A., Mikelic, A., Shillor, A., *The rigid punch problem with friction*, Int. J. Engrg. Sci. **29** (6) (1991), 751-768
- [135] Klarbring, A., Mikelic, A., Shillor, A., *Contact problems with friction and applications to shape optimization*, Theoretical Aspects of Industrial Design, SIAM, Philadelphia, P.A., 1992, 83-91
- [136] Klarbring, A., Mikelic, A., Shillor, A., *Optimal shape design in contact problems with normal compliance and friction*, Appl. Mat. Lett. **5** (2) (1992), 51-55

- [137] Kravchuk, A. S., *On the Hertz problem for linearly elastic bodies of finite dimensions*, PMM **41** (2) (1977), 329-337
- [138] Kravchuk, A. S., *Formulation of the problem of contact between several deformable bodies as a nonlinear programming problem*, PMM **42** (3) (1978), 466-474
- [139] Kravchuk, A. S., *Duality in contact problems*, PMM **43** (5) (1979), 887-892
- [140] Kravchuk, A. S., *On the theory of contact problems taking account of friction on the contact surface*, J. Appl. Math. Mech. **44** (1) (1981), 83-88
- [141] Kufner, A., John, O., Fucik, S., *Function Spaces*, Noordhoff, 1978
- [142] Kupradze, V. D., *Potential Methods in the Theory of Elasticity*, Israel Program for Scientific Translations, Jerusalem, 1965
- [143] Kuznetsov, Y., Neittaanmäki, P., Alekseevich, Y., *Overlapping domain decomposition methods for the simplified Dirichlet-Signorini problem*, Computational and Applied Mathematics II, North-Holland, Amsterdam, (1992) 297-306
- [144] Laursen, T. A., Simo, J. C., *Algorithmic smetirization of couloumb frictional problems using augmented langrangians*, Comput. Meth. Appl. Mech. Engrg. **108** (1-2) (1993), 133-146
- [145] Laursen, T. A., Simo, J. C., *A continuum-based finite element formulation for the implicit solution of multibody large deformation frictional contact problems*, Int. J. Numer. Meth. Engrg. **36** (20) (1993), 3451-3485
- [146] Lebeau, G., Schatzmann, M., *A wave problem in a half-space with a unilateral constraint in the boundary*, J. Diff. Eq. **53** (1984), 309-361
- [147] Lee, C.-Y., Oden, J. T., *Theory and approximation of quasistatic frictional contact problems*, Comput. Meth. Appl. Mech. Engrg. **106** (3) (1993), 407-429
- [148] Lee, C.-Y., Oden, J. T., *A priori error estimation of hp-finite element approximations of frictional contact problems with normal compliance*, Int. J. Engrg. Sci. **31** (1993), 927-952
- [149] Licht, C., *Un probleme d'elasticité avec frottement visqueux non linéaire*, J. Méc. Théor. Appl. **4** (1) (1985), 15-26
- [150] Licht, C., Pratt, E., Raous, M., *Remarks on a numerical method for unilateral contact including friction*, Unilateral Problems in Structural Analysis, Birkhäuser, Basel (1991), 129-144
- [151] Lions, J. L., Magenes, E., *Non-Homogeneous Boundary Value Problems and Applications*, I, Springer Verlag, 1972
- [152] Lions, J. L., Stampacchia, G., *Variational inequalities*, Comm. Pure Appl. Math. **20** (1967), 493-519
- [153] Lötstedt, P., *Mechanical system of rigid bodies subject to unilateral constraints*, SIAM J. Appl. Math. **42** (2) (1982), 281-296
- [154] Liu, Y., Yu, H., Vladareanu, L., *Trajectory planning of a Pendulum-Driven Underactuated Cart*, Romanian Journal of Technical Sciences, Applied Mechanics, **56** (2011), No. 3

- [155] Marciuc, G., Agociov, V., *Introduction aux methodes des elements finis*, Edition MIR, Moscou, 1985
- [156] Marinescu, Gh., *Analiză numerică*, Editura Academiei Române, Bucureşti, 1984
- [157] Martins, J. A. C., Oden, J. T., *Models and computational methods for dynamic friction phenomena*, Comput. Meth. Appl. Mech. Engrg. **52** (1985), 527-634
- [158] Martins, J. A. C., Oden, J. T., *Existence and uniqueness results for dynamic contact problems with nonlinear normal and friction interface laws*, Nonl. Anal. **11** (3) (1987), 407-428
- [159] Martins, J. A. C., Oden, J. T., *Corrigendum: Existence and uniqueness results for dynamic contact problems with nonlinear normal and friction interface laws*, Nonl. Anal. **12** (7) (1988), 747
- [160] Micula, Gh., *Funcții spline*, Editura Tehnică, 1978
- [161] Mistakidis, E., Panagiotopoulos, P. D., Panagouli, P. D., *On the consideration of the geometric and phisical fractality in solid mechanics, I. Theoretical results*, ZAMM **74** (3) (1994), 167-176
- [162] Mitsopoulou-Papasoglou, E., Panagiotopoulos, P. D., Zervas, P. A., *Dynamic boundary integral equation method for unilateral contact problems*, Engineering Analysis with Boundary Elements **8** (4) (1991), 192-199
- [163] Moreau, J. J., *Frottement, adhésion, lubrification*, C. R. Acad. Sc. Paris, Série II, **302** (13) (1986), 799-801
- [164] Muraru, D., Pop, N., Rădăcină, N., *Unele aspecte privind calculul de rigiditate la contact la ghidajele cu role cilindrice recirculabile*, Construcția de Mașini (8) (1985), 436-441
- [165] Nazarov, S. A., *Asymptotic solution of a variational inequality modelling friction*, Math. USSR Izvestiya **37** (2) (1991), 337-369
- [166] Nečas, J., Jarusek, J., Haslinger, J., *Les méthodes directes en théorie des équations elliptiques*, Academia Praque, Paris, 1967
- [167] Nečas, J., Jarusek, J., Haslinger, J., *On the solution of variational inequality to the Signorini problem with small friction*, Bollettino U. M. I. **17** (5) (1980), 796-811
- [168] Nečas, J., Hlaváček, I., *Mathematical Theory of Elastic and Elasto-Plastic Bodies: An Introduction*, Elsevier, Amsterdam-Oxford-New-York, 1981
- [169] Nitsche, J. A., *On Korn's second inequality*, RAIRO, Anal. Numer. **15** (1981), 237-248
- [170] Noor, A. M., *Finite element analysis of a Signorini problem*, Int. J. Engrg. Sci. **24** (3) (1986), 379-386
- [171] Noor, A. M., *Finite element analysis of a class of contact problems*, C. R. Mat. Rep. Acad. Sci., Canada, **6** (5) (1984), 249-254
- [172] Noor, A. M., Tirmizi, S. I. A., *Numerical methods for a class of contact problems*, Int. J. Engrg. Sci. **29** (4) (1991), 513-521
- [173] Oden, J. T., *New models of frictional nonlinear elastodynamics problems*, J. Theor. Appl. Mech. **7** (1) (1988), 47-54

- [174] Oden, J. T., Martins, J. A. C., *Models and computational methods for dynamic friction phenomena*, Comput. Methods Appl. Mech. Engrg **52** (1985), 527-634
- [175] Oden, J. T., White, L., *Dynamics and control of viscoelastic solids with contact and friction effects*, Nonl. Anal. **13** (4) (1989), 459-474
- [176] Panagiotopoulos, P. D., *A nonlinear programming approach to the unilateral contact and friction-boundary value problem in the theory of elasticity*, Ingineur-Archiv. **44** (1975), 421-432
- [177] Panagiotopoulos, P. D., *Ungeleichungsprobleme in der Mechanik*, Habilitationsschrift, RWTH Aachen, 1977
- [178] Panagiotopoulos, P. D., *Inequality Problems in Mechanics and Applications*, Birkhäuser, Boston-Basel-Stuttgart, 1985
- [179] Panagiotopoulos, P. D., *Boundary integral equation methods for the friction problem*, Engng. Anal. **4** (2) (1987), 101-105
- [180] Panagiotopoulos, P. D., *Coercive and semicoercive hemivariational inequalities*, Nonlinear Analysis **16** (3) (1991), 209-231
- [181] Panagiotopoulos, P. D., Stavroulakis, G. E., *A variational- hemivariational inequality approach to the laminated plate theory under subdifferential boundary conditions*, Quarterly of Applied Mathematics **46** (3) (1988), 409-430
- [182] Pang, J. S., *Newton's method for B-diferentiable equations*, Mathematics of Operations Research **15** (2) (1980)
- [183] Petruță, T., Gheorghiu, C. I., *Metode element finit și aplicații*, Editura Academiei, 1987
- [184] Picard, E., *Traité d'analyse*, Tome 2, 1883
- [185] Pop, N., *A Finite Element Solution for a Three-dimensional Quasistatic Frictional Contact Problem*, Rev. Roumaine des Sciences Techn. serie Mec. Appliq, Editions de l'Academie Roumaine, tom. 42, 1997
- [186] Pop, N., Vladareanu, L., Gal, A., *The Extension Real Time Control Method for Restoring the Robot Equilibrium Position*, Recent Advances in Robotics, Aeronautical and Mechanical Engineering, Proceedings of the 1st International Conference on Mechanical and Robotics Engineering (MREN '13), Vouliagmeni, Athens, Greece, May 14-16, 2013, 137-143, ISSN: 2227-4596, ISBN: 978-1-61804-185-2
- [187] Pop, N., Cioban, H., Horvat-Marc, A., *Finite element method used in contact problems with dry friction*, Comput. Materials Sci. **50** (2011), 1283-1285, Issue: 4, ISSN: 0927-0256, (ISI Journal)
- [188] Pop, N., *Quasi-static frictional contact in solid mechanics, Numerical analysis and applied mathematics*, vol. 1 and 2, AIP Conference, **116** (2009), 1038–1041, ISSN: 0094-243X, ISBN: 978-7354-0709-1, (Proceedings ISI)
- [189] Pop, N., Vladareanu, L., Pop, P., *Finite Element Analysis of Quasistatic Frictional Contact Problems with an Incremental-Iterative Algorithm*, Proceedings of the 8th International Conference on Applications of Electrical Engineering/8th International Conference on Applied Electromagnetics, Wirless and Optical Communications , Book Series: Electrical and Computer Engineering Series, 2009, 173–178, ISBN: 978-960-474-072-7

-
- [190] Pop, N., *Finite elements analysis of frictional contact problem during the process of metal working*, Amer. Journal of Appl. Sci., **5** (2008), 152–157, Issue: 2, ISSN:1546-9239, (BDI Journal)
 - [191] Pop, N., Petrușel, A., *Finite Element Discretization of some Variational Inequalities Arising in Contact Problems with Friction*, Anal. Univ. București, Matematica, **55** (2006), No. 1, 111–120, ISSN: 1010-5433
 - [192] Pop, N., *Analysis of a generalization of the Signorini problems. Contact boundary conditions and frictions laws*, Carpath. Journal of Math. **23** (2007), No. 1 - 2 , 177–186, ISSN: 1584-2851 (ISI Journal)
 - [193] Pop, N., *Saddle Point Formulation of the Quasistatic Contact Problems with Friction*, Proceedings of the 7th WSEAS international conference on systems theory and scientific computations Systems Theory and Scientific Computation (ISTACS'07) , Book series: Electrical and Computer Engineering Sciences, 2007, 252–256, ISSN/ISBN: 1790-5117/978-960-8457-98-0 (Proceedings ISI)
 - [194] Pop, N., *An Incremental-Iterative solution of 3D Frictional Contact Problems*, "International Conference on Manufacturing Systems" (ICMaS 2004), 2004, 129–132, Published by Editura Academiei Romane, ISSN 0035-4047, ISBN: 973-27-1102
 - [195] Pop, N., *A nonsmooth algorithm for solving the frictional quasistatic contact problems*, MACMESE 2008: Proceedings of the 10th WSEAS International Conference on Mathematical and Computational Methods in Science and Engineering, pts I and II, Book series: Mathematics and Computers Science and Engineering, (2008), 352–357, ISSN: 1790-2769, ISBN: 978-960-474-019-2 (Proceedings ISI)
 - [196] Pop, N., *On the Existence of the Solution for the Equations Modelling Contact Problems*, Mathematics and mathematics educations, 3rd Palestinian International Conference on Mathematics and Mathematics Education, 09-12 August, 2000 Bethlehem Univ Betlehem Israel, 196–207, 2002, ISBN: 981-02-4720-6 (Proceedings ISI)
 - [197] Pop, N., *A numerical formulation for quasistatic frictional contact problems*, Advances in difference equations-book, 2nd International Conference on Difference equations, 07-11 August (1995), Hungarian Acad. Sci., Hungary, (1997) 512–524, Gordon and Breach Science Publishers, Amsterdam, 1997, ISS: 90-5699-521-9 (Proceedings ISI)
 - [198] Pop, N., *Numerical Simulations for the 3D Frictional Contact Problems*, Ingenerare. Revista de la Facultad de Ingeniería de la Pontificia Universidad Católica de Valparaíso - CHILE, No. 17, (2004), 33–38, ISSN:0717-5035
 - [199] Pop, N., *On the stability of the finite element mixed approximation for contact problems with friction*, Bul. St. Univ. Baia Mare, Ser. B, Mat.-Inf. **18** (2002), No. 1, 89–94
 - [200] Pop, N., *A Preconditioning Method of ill Conditioned Matrices using Wavelets Bases*, Bul. St. Univ. Baia Mare, Ser. B, Math.-Inf. **1-2** (2001), No. 2, 107–113
 - [201] Pop, N., *A generalized concept of a differentiability in Newton's method for contact problems*, Bul. St. Univ. Baia Mare, ser. B, Mat.-Inf. **16** (2000), 307–314
 - [202] Pop, N., *On the inexact Uzawa methods for saddle point problems arising from contact problem*, Bul. St. Univ. Baia Mare, ser. B, Fasc. Mat.-Inf., **15** (1999), No. 1-2, 45–54

-
- [203] Pop, N., *Duality Methods for Solving Variational Inequalities Arising from Contact Problems with Friction*, Bul. St. Univ. Baia Mare, ser. B, Fasc. Mat.-Inf., **12** (1998), No. 1-2, 123–130
- [204] Pop, N., *On the convergence of the solution of the quasi-static contact problems with friction using the Uzawa type algorithm*, Studia Univ. "Babeş-Bolyai", Mathematica, **XLVIII** (2003), No. 3, 125-132
- [205] Pop, N., *Analysis of an evolutionary variational inequality arising in elasticity quasistatic contact problems*, Adv. Stud. Pure Math., **53** (2009), 213-223
- [206] Pop, N., *An algorithm for solving nonsmooth variational inequalities arising in frictional quasistatic contact problems*, Carpathian J. Math. **24** (2008), No. 2, 110-119
- [207] Pop, N., *Preconditioning Uzawa algorithm for contact problems*, PAMM Proc. Appl. Math. Mech. **8** (2008), 10985-10986
- [208] Pop, N. and Zelina, Ioana, *A quadratic programming method for saddle point formulations in contact problems with friction*, Carpathian J. Math. **20** (2004), No. 1, 95-100
- [209] Popa, C., *Mesh independence of the condition number of discrete Galerkin system*, Int. Journal of Computer Math. **51** (1994), 127-132
- [210] Pires, E. B., Oden, J. T., *Analysis of contact problems with friction under oscillating loads*, Comput. Meth. Appl. Mech. Engrg. **39** (3), 337-362, 1983
- [211] Rabier, P., Martins, J. A. C., Oden, J. T., Campos, L., *Existence and local uniqueness of solutions to contact in elasticity with nonlinear friction laws*, Int. J. Engrg. Sci. **24** (11) (1986), 1755-1768
- [212] Raous, M., Chabrand, P., Lebon, F., *Numerical methods for frictional contact problems and applications*, J. Mec. Theor. et Appl., Special issue, suppl. no. 1, **7** (1998), 111-128
- [213] Reddy, B. D., Griffin, T. B., *Variational principles and convergence of finite element approximations of a holonomic elastic-plastic*, Numer. Math. **52** (1988), 101-117
- [214] Rocca, R., Cocou, M., *Numerical analysis of quasi-static unilateral contact problems with local friction*, SIAM J. Numer. Anal., **39** (2001), No. 4, 1324-1342
- [215] Robinson, S. M., *Generalized equations and their solutions, Part.1, Basic Theory*, Math. Programming Study **10**, 1979
- [216] Robinson, S. M., *Strongly regular generalized equations*, Math. Oper. Res. **5**, 1980
- [217] Robinson, S. M., *Local structure of fiable sets in nonlinear programming, Part.3, Stability and Sensitivity*, Math. Programming Study, 1987
- [218] Robinson, S. M., *Newton's method for a class of nonsmooth functions*, Dep. of Industrial Engineering, Univ. of Wisconsin-Madison, 1988
- [219] Ruotsalainen, K., Wendland, W. L., *On the boundary element methods for some nonlinear boundary value problems*, Numer. Math. **53** (1988), 299-314
- [220] Rus, I. A., *Principiile fundamentale ale teoriei punctului fix*, Editura Dacia, 1963

-
- [221] Saxč. G. de, Feng, Z. Q., *New inequality and functional for contact with friction, the implicit standard material approach*, Math. Struct. Mach. **19** (3) (1991), 301-325
 - [222] Sburlan, S., *Principiile fundamentale ale matematicii moderne. Lecții de analiză matematică*, Editura Academiei Române, București, 1991
 - [223] Sburlan, S., *On a particular class of optimal problems with application in the projection method*, Operations Reserch, Verbaben XIX, Anton Hain Verlag, 1973, 102-108
 - [224] Schmeisser, H.-J., Triebel, H., *Topics in Fourier Analysis and Function Spaces*, Geest & Portig K.-G., Leipzig, 1987
 - [225] Schmitz, H., Schneider, G., Wendland, W. L., *Boundary element methods for problems involving unilateral conditions*, Nonlinear Computational Mechanics State of the Art, P. Wriggers, W. Wagner Ed., Springer-Verlag, 1991, 212-225
 - [226] Schumann, R., *Regularity for Signorini's problem in linear elasticity*, Manuscripta Mat. **63** (3) (1989), 255-291
 - [227] Schillor, M., Si, P., *Existence of a solution to the n-dimensional problem of thermoelastic contact*, Comm. Part. Diff. Eq. **17** (9-10), (1992), 1597-1618
 - [228] Shapiro, A., *On concepts of directional differentiability*, Applied Mathematics and Astronomy, 1988
 - [229] Signorini, A., *Sopra alcune questioni di elastostatica*, Atti. Soc. Ital. Progr. Sci., 1933
 - [230] Sireteanu, T., Pop, N., *Vibration Monitoring of the Ring Spinnig*, Proceeding la 10th International FASE-SYMPOSIUM, 1993, București, 41-44
 - [231] Smarandache, F., Vladareanu, L., *Applications of Neutrosophic Logic to Robotics - An Introduction*, The 2011 IEEE International Conference on Granular Computing Kaohsiung, Taiwan, Nov. 8-10, 2011, 607-612, ISBN 978-1-4577-0370-6, IEEE Catalog Number: CFP11GRC-PRT
 - [232] Smarandache, F., Vladareanu, V., *Applications of Extenics to 2D-Space and 3D-Space*, The 6th Conference on Software, Knowledge, Information Management and Applications, Chengdu, China. Sept. 9-11, 2012
 - [233] Spann, W., *On the boundary element method for the Signorini problem of the Laplacian*, Numeriche Mathematik **65** (1993), 337-365
 - [234] Spector, A. A., *Asymptotic behaviour of the solutions of some three-dimensional contact problems of slip and adhesion near the division lines of boundary conditions*, Izv. Akad. Nauk Armenian SSR Ser. Mech. **33** (1) (1980), 43-53
 - [235] Spector, A. A., *Variational methods of solution of three-dimensional contact problems of nonstationary interaction of elastic bodies with friction*, Soviet Phys. Dokl. **30** (2) (1985), 1009-1011
 - [236] Spena, F. R., *On the dynamical contact problem between a plate and a unilateral elastic viscous-damped foundation*, Nuovo Cimento B, **108** (11) (1993), 1227-1242
 - [237] Telega, J. J., *Quasi-static Signorini's contact problem with friction and duality*, Unilateral Problems in Structural Analysis IV (Capri 1989), 199-214, Birkhäuser, Basel, 1991

-
- [238] Triebel, H., *Fourier Analysis and Function Spaces*, B. G. Teubner, Leipzig, 1977
- [239] Ural'tseva, N. N., *Hölder continuity of the solutions of parabolic equations under boundary conditions of Signorini type*, Soviet Math. Dokl. **31** (1) (1985), 135-138, 1985
- [240] Villaggio, P., *A unilateral contact in linear elasticity*, J. Elasticity **10** (2) (1980), 113-119
- [241] Vladareanu, L., Capitanu, L., *Hybrid Force-Position Systems with Vibration Control for Improvement of Hip Implant Stability*, Journal of Biomechanics, **45** (2012), S279, Elsevier
- [242] Vladareanu, L., Tont, G., Ion, I., Vladareanu, V., Mitroi, D., *Modeling and Hybrid Position-Force Control of Walking Modular Robots*, Proceedings of American Conference on Applied Mathematics(AMERICAN-MATH '10), ISBN: 978-960-474-150-2, ISSN: 1790-2769, 510-518, Harvard University, Cambridge, USA, 2010
- [243] Vladareanu, L., Tont, G., Ion, I., Munteanu, M. S., Mitroi, D., *Walking Robots Dynamic Control Systems on an Uneven Terrain*, Advances in Electrical and Computer Engineering, **10** (2010), No. 2, 146–153, ISSN 1582-7445, ISSN 1844-7600
- [244] Wang, G., Wang, L., *Uzawa type algorithm based on dual mixed variational formulation*, Appl. Math. Mech., **23** (2002), No. 7, 765-772
- [245] Wendland, W. L., *On asymptotic error for combined FEM and BEM*, E. Stein, W. L. WENDLAND Ed., Finite element and Boundary Element Techniques from Mathematical and Engineering Point of View, CISM Courses and Lectures, No. 301, Springer-Verlag, Wien-New-York, 1988, 273-333
- [246] Wendland, W. L., Steinbach, O., *Boundary element methods for contact problems*, W. Schiehlen Ed., Advanced Multibody System Dynamics, Kluwer, 1993, 433-438
- [247] Woo, K. L., Thomas, T. T., *Contact of rough surfaces: A review of experimental work*, Wear **58** (1980), 331-340
- [248] Wohlmuth, I. B., Krause, H. R., *A multigrid method based on the unconstrained product space for mortar finite element discretizations*, SIAM J. Numer. Anal. **39** (2001), No. 1, 192-213
- [249] Wriggers, P., *Konsistente Linearisierung in der Kontinuumsmechanik und ihre Anwendung auf die Finite-Elemente Methode*, Habilitationsschrift, Universität Hanover, 1988
- [250] Wriggers, P., Simo, J. C., *A note on tangent stiffness for fully nonlinear contact problems*, Comm. in App. Num. Meth. **1**, 1985, 199-203
- [251] Zavarise, G., Schrefler, B., Wriggers, P., *Consistent formulation for thermomechanical contact based on microscopic interface laws*, D. R. J. Owen, E. Onate, E. Hinton Ed., COMPLAS III, Int. Conf. on Computational Plasticity, Pineridge Press, 1992, 349-360
- [252] Zeidler, E., *Nonlinear Functional Analysis and its Applications II B: Nonlinear Monotone Operators*, Springer-Verlag, New-York-Berlin-Heidelberg-Tokio, 1990
- [253] Zienkiewicz, O. C., *The finite element method*, 3rd edn. McGraw-Hill, Maindenhead, U. K., 1977

-
- [254] Pop, N., *Dynamic Contact Problems in Linear Viscoelasticity*, Discrete Dynamics and Difference Equations. Proceedings of the Twelfth International Conference on Difference Equations and Applications, pp. 365-374, World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd., Singapore, 2010, ISBN:-13 978-981-4287-64-7, ISBN-10 981-4287-64-4
 - [255] Groza, G., Jianu, M., Pop, N., *Infinitely differentiable functions represented into Newton interpolating series*, Carpathian J. Math. **30** (2014), No. 3, 309–316
 - [256] Pop, N., Vladareanu, L., Popescu, Ileana Nicoleta, Ghiță, C-tin, Gal, Al., Cang, S., Yu, H., Bratu, V., Deng, M., *A numerical dynamic behaviour model for 3D contact problems with friction*, Comput. Mater. Sci., **94** Special Issue: SI, Pages: 285–291 Published: NOV 2014